3. Quelle est l'image de C par f ?
4. En déduire que l'intersection O de (AC) et (DF) est invariant par f.
5. Montrer que les droites (AC) et (DF) sont perpendiculaires et que si G désigne l'intersection de (AC) et (EF) alors $ED = EG$.

20 On considère un rectangle ABCD tel que $AD = 1$, $AB = 2$ et $(\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DA}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$.

On désigne par L, K et J les milieux respectifs de $[AD]$, $[DC]$ et $[BC]$.

On munit le plan du repère $(D, \overrightarrow{DK}, \overrightarrow{DA})$.

1. Montrer qu'il existe une unique similitude indirecte f qui envoie A sur D et C sur B.
2. a. Déterminer $f(L)$ et $f(J)$.

b. Donner les éléments caractéristiques de f.

21 Soit ABC un triangle équilatéral direct .On désigne par I et J les milieux respectifs des segments $[AB]$ et $[AC]$ et par D le symétrique de A par rapport à C.

1. Soit f l'antidéplacement tel que $f(C) = A$ et $f(A) = B$. Identifier f.
2. Soit g la similitude directe telle que $g(B) = D$ et $g(I) = C$.

Montrer que $g(A) = A$ et déterminer les éléments caractéristiques de g.

3. Soit K le point défini par $\overrightarrow{KA} - 2\overrightarrow{KC} = \vec{0}$.

a. Donner la nature de $f \circ g$.

b. Déterminer $f \circ g(I)$ et $f \circ g(A)$.

c. vérifier que $\overrightarrow{KB} - 2\overrightarrow{KA} = \vec{0}$.

En déduire que $f \circ g(K) = K$

d. Déterminer le rapport de $f \circ g$.

e. Montrer que l'axe de la similitude $f \circ g$ est la perpendiculaire en K à la droite (AB).

22 Le plan est muni du repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$. On considère la similitude indirecte f qui à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe z' tel que $z' = (1+i)\bar{z} + i$.

Déterminer le centre et l'axe de f.

23 Le plan est muni du repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$. On considère la similitude indirecte f qui à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe z' tel que $z' = -5i\bar{z} + 1 + i$.

1. Déterminer le centre et l'axe de f.
2. Déterminer l'image par f du cercle de centre I d'affixe $3+i$ et de rayon $\sqrt{5}$.

24 On considère un rectangle OABC tel que $OA = 2OC$ et $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OC}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$.

La médiatrice D du segment $[OB]$ coupe la droite (OA) en I et la droite (OC) en H'.

Soit J et J' les symétriques respectifs du point O par rapport à I et H'.

1. a. Montrer que les triangles OBJ et OBJ' sont rectangles en B.

b. En déduire que les points B, J et J' sont alignés.

2. Soit f la similitude directe qui envoie J sur O et O sur J'.

a. Déterminer l'angle de f.

b. Déterminer $f(B)$ et en déduire le centre et le rapport de f.

3. Soit g la similitude indirecte qui envoie J sur O et O sur J'.

a. Donner le rapport de g.

b. En déduire que g admet un unique point invariant que l'on notera I.

c. Montrer que le point I appartient à (JJ').

d. Construire le centre et l'axe de g.

25 On considère un triangle équilatéral ABC tel que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$.

On désigne par I le milieu de $[AC]$ et par K le milieu de $[AB]$.

1.a. Montrer qu'il existe un unique antidéplacement f qui envoie B sur A et A sur C.

b. Montrer que f est une symétrie glissante dont on déterminera l'axe et le vecteur.

c. Soit D le symétrique de B par rapport à I. Montrer que $f(C) = D$.

d. Soit $D' = f(D)$. Montrer que D' est le symétrique de B par rapport à C.

2. Soit S la similitude directe qui envoie A sur B et I sur D.

a. Déterminer le rapport et l'angle de S.